

**Разбор заданий школьного этапа ВсОШ по математике  
для 6 класса**

2023/24 учебный год

Максимальное количество баллов — 8

**Задание № 1.1**

---

**Условие:**

Из 1 килограмма яблок получается 0.6 литра сока, а из 1 литра сока получается 400 грамм мармелада. Сколько 200-граммовых баночек мармелада получится из 15 килограммов яблок?

**Ответ:** 18

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение.*

Из 15 кг яблок получится  $15 \cdot 0.6 = 9$  л сока, а из 9 л сока получится  $9 \cdot 400 = 3600$  г мармелада, и этого хватит на  $3600 : 200 = 18$  баночек мармелада.

## Задание № 1.2

---

### Условие:

Из 1 литра молока получается 180 граммов сливок, а из 1 килограмма сливок получается 200 граммов масла. Сколько 300-граммовых пачек масла получится из 150 литров молока?

**Ответ:** 18

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение по аналогии с заданием № 1.1*

### Задание № 1.3

---

**Условие:**

Чтобы приготовить 1 килограмм пельменей, нужно взять 0.3 килограмма теста, а чтобы получить 1 килограмм теста, нужно 700 граммов муки. Сколько 900-граммовых пачек муки нужно, чтобы получилось 30 килограммов пельменей?

**Ответ:** 7

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение по аналогии с заданием № 1.1*

### Задание № 1.4

---

**Условие:**

Чтобы приготовить 1 противень пирожков, нужно взять 0.75 килограмма начинки, а чтобы получить 1 килограмм начинки, нужно 700 граммов ягод. Сколько 300-граммовых стаканчиков ягод нужно купить, чтобы получилось 8 противней с пирожками?

**Ответ:** 14

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение по аналогии с заданием № 1.1*

## Задание № 2.1

---

### Условие:

У Маши и Иры было по коробке конфет, причём в Машиной коробке было на 10 конфет меньше. Сладёна Маша съела несколько своих конфет. После этого Ира съела столько конфет из своей коробки, сколько осталось у Маши. В итоге у них в сумме осталось 20 конфет. Сколько конфет было у Маши изначально?

**Ответ:** 10

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

### *Решение.*

Переложим столько конфет, сколько съела Ира, из Машиной коробки в коробку Иры. На общее количество конфет это не повлияет. Тогда у Маши конфет не останется вообще, а у Иры коробка будет полной. В таком случае, в Ириной коробке 20 конфет, откуда в Машиной — 10 конфет.

## Задание № 2.2

---

### Условие:

У Ани и Кати было по набору коллекционных марок, причём в Катином наборе их было в 2 раза меньше, чем в Анином. Аня наклеила несколько своих марок. После этого Катя наклеила столько марок из своего набора, сколько осталось у Ани. В итоге у них в сумме осталось 22 марки. Сколько марок было у Ани изначально?

**Ответ:** 44

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение по аналогии с заданием № 2.1*

### Задание № 2.3

---

**Условие:**

У Оли и Тани было по пакету карамелек, причём в Олином пакете карамелек было в 2 раза больше, чем в Танином. Оля съела несколько своих конфет. После этого Таня съела столько карамелек из своего пакета, сколько осталось у Оли. В итоге у них в сумме осталось 15 конфет. Сколько карамелек было у Оли изначально?

**Ответ:** 30

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение по аналогии с заданием № 2.1*

## Задание № 2.4

---

### Условие:

У Насти и Сони было по упаковке воздушных шариков, причём в Настиной упаковке на 8 шариков меньше, чем в Сониной. Настя надула несколько своих шариков. После этого Соня надула столько шариков из своей упаковки, сколько осталось у Насти. В итоге у них в сумме осталось 20 шариков. Сколько шариков было у Насти изначально?

**Ответ:** 12

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение по аналогии с заданием № 2.1*



### Задание № 3.1

---

**Условие:**

Дима задумал четырёхзначное число, подошёл к маме и сделал два заявления:

- «Среди цифр задуманного мной числа нет ни семёрок, ни пятёрок»;
- «Среди цифр задуманного мной числа точно нет двойки или нет тройки».

Однако его мама сразу же догадалась, что сын оба раза соврал. Какое наибольшее число мог задумать Дима?

**Ответ:** 9732

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение.*

Отрицанием к первому утверждению будет «среди цифр задуманного числа есть семёрка или пятёрка», а отрицанием ко второму — «среди цифр задуманного числа есть и двойка, и тройка». Значит, про три цифры задуманного числа уже точно известно, что это 2, 3 и одна из цифр 5 или 7. Так как числа с одинаковым количеством цифр сравниваются поразрядно, в старший разряд поставим 9, а далее 7, 3 и 2.

### Задание № 3.2

---

**Условие:**

Лида задумала четырёхзначное число, подошла к старшей сестре и сделала два заявления:

- «Среди цифр задуманного мной числа нет ни восьмёрки, ни четвёрки»;
- «Среди цифр задуманного мной числа точно нет единицы или нет пятёрки».

Однако её сестра сразу же догадалась, что Лида оба раза соврала. Какое наибольшее число могла задумать Лида?

**Ответ:** 9851

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение по аналогии с заданием № 3.1*

### Задание № 3.3

---

**Условие:**

Вадим задумал четырёхзначное число, подошёл к другу и сделал два заявления:

- «Среди цифр задуманного мной числа нет ни шестёрки, ни двойки»;
- «Среди цифр задуманного мной числа точно нет пятёрки или нет тройки».

Однако его друг сразу же догадался, что Вадим оба раза соврал. Какое наименьшее число мог задумать Вадим?

**Ответ:** 1235

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение по аналогии с заданием № 3.1*

### Задание № 3.4

---

**Условие:**

Света задумала четырёхзначное число, подошла к подруге и сделала два заявления:

- «Среди цифр задуманного мной числа нет ни тройки, ни четвёрки»;
- «Среди цифр задуманного мной числа точно нет восьмёрки или нет двойки».

Однако её подруга сразу же догадалась, что Света оба раза соврала. Какое наименьшее число могла задумать Света?

**Ответ:** 1238

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение по аналогии с заданием № 3.1*

### Задание № 4.1

---

**Условие:**

На доску выписаны первые  $n$  натуральных чисел:  $1, 2, \dots, n$ . Оказалось, что ровно семь из них делятся на 5 и ровно пять из них делятся на 6. Сколько из выписанных чисел делятся на 7?

**Ответ:** 5

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение.*

Так как ровно семь из чисел делятся на 5, а седьмое число, кратное 5, это 35, число  $n$  не меньше 35. Так как ровно пять из чисел делятся на 6, а шестое число, кратное 6, это 36, число  $n$  меньше 36. Отсюда  $n = 35$ , и из выписанных чисел ровно пять делятся на 7.

## Задание № 4.2

---

### Условие:

На доску выписаны первые  $n$  натуральных чисел:  $1, 2, \dots, n$ . Оказалось, что ровно девять из них делятся на 7 и ровно семь из них делятся на 8. Сколько из выписанных чисел делятся на 9?

**Ответ:** 7

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение по аналогии с заданием № 4.1*

### Задание № 4.3

---

**Условие:**

На доску выписаны первые  $n$  натуральных чисел:  $1, 2, \dots, n$ . Оказалось, что ровно десять из них делятся на 8 и ровно восемь из них делятся на 9. Сколько из выписанных чисел делятся на 10?

**Ответ:** 8

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение по аналогии с заданием № 4.1*

#### Задание № 4.4

---

**Условие:**

На доску выписаны первые  $n$  натуральных чисел:  $1, 2, \dots, n$ . Оказалось, что ровно одиннадцать из них делятся на 9 и ровно девять из них делятся на 10. Сколько из выписанных чисел делятся на 11?

**Ответ:** 9

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение по аналогии с заданием № 4.1*



### Задание № 5.1

---

**Условие:**

Из палочек длиной 1 см выложили контур прямоугольника так, что его периметр (в сантиметрах) оказался численно на одиннадцать меньше площади (в квадратных сантиметрах). Сколько палочек было использовано? Укажите все возможные варианты. Палочки нельзя ломать!

**Ответ:**

✓ 24

✓ 40

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение.*

Мысленно разобьём прямоугольник на квадратики стороной 1 см. В таком случае количество квадратиков, касающихся границы, на четыре меньше периметра. Так как периметр численно на 11 меньше площади, количество граничных квадратиков на 15 меньше площади. Отсюда следует, что квадратиков, не касающихся границ, всего 15. Они могут образовывать либо прямоугольник  $1 \times 15$ , либо прямоугольник  $3 \times 5$ . Тогда изначальный прямоугольник имеет размер либо  $3 \times 17$ , либо  $5 \times 7$ . Поэтому его периметр будет либо 40, либо 24.

## Задание № 5.2

---

### Условие:

Из палочек длиной 1 см выложили контур прямоугольника так, что его периметр (в сантиметрах) оказался численно на два меньше площади (в квадратных сантиметрах). Сколько палочек было использовано? Укажите все возможные варианты. Палочки нельзя ломать!

### Ответ:

✓ 18

✓ 22

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение по аналогии с заданием № 5.1*

### Задание № 5.3

---

**Условие:**

Из палочек длиной 1 см выложили контур прямоугольника так, что его периметр (в сантиметрах) оказался численно на пять меньше площади (в квадратных сантиметрах). Сколько палочек было использовано? Укажите все возможные варианты. Палочки нельзя ломать!

**Ответ:**

✓ 20

✓ 28

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение по аналогии с заданием № 5.1*

### Задание № 5.4

---

**Условие:**

Из палочек длиной 1 см выложили контур прямоугольника так, что его периметр (в сантиметрах) оказался численно на шесть меньше площади (в квадратных сантиметрах). Сколько палочек было использовано? Укажите все возможные варианты. Палочки нельзя ломать!

**Ответ:**

✓ 22

✓ 30

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение по аналогии с заданием № 5.1*

### Задание № 6.1

---

**Условие:**

На доске написано три различных натуральных числа, причём меньшее из них равно 40. Оказалось, что произведение написанных чисел равно квадрату некоторого натурального числа. Какое минимальное значение могло иметь самое большое из выписанных чисел?

**Ответ:** 50

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение.*

Пример чисел: 40, 45, 50. Предположим обратное, тогда все числа меньше 50, но не меньше 40. Так как  $40 = 2^3 \cdot 5$ , для дополнения до полного квадрата нам нужно ещё одно чётное число с нечётной степенью вхождения двойки в его разложение. В указанном промежутке это либо 42, либо 46. Если взять 42, для дополнения до полного квадрата нужно число с нечётной степенью вхождения семёрки в его разложение, но такого в указанном промежутке нет. Если взять 46, для дополнения до полного квадрата нужно число с нечётной степенью вхождения 23 в его разложение, но такого в указанном промежутке нет. Противоречие.

### Задание № 6.2

---

**Условие:**

На доске написано три различных натуральных числа, причём большее из них равно 50. Оказалось, что произведение написанных чисел равно квадрату некоторого натурального числа. Какое максимальное значение могло иметь самое меньшее из выписанных чисел?

**Ответ:** 40

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение по аналогии с заданием № 6.1*

### Задание № 6.3

---

**Условие:**

На доске написано три различных натуральных числа, причём меньшее из них равно 48. Оказалось, что произведение написанных чисел равно квадрату некоторого натурального числа. Какое минимальное значение могло иметь самое большое из выписанных чисел?

**Ответ:** 54

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение по аналогии с заданием № 6.1*

### Задание № 6.4

---

**Условие:**

На доске написано три различных натуральных числа, причём большее из них равно 54. Оказалось, что произведение написанных чисел равно квадрату некоторого натурального числа. Какое максимальное значение могло иметь самое меньшее из выписанных чисел?

**Ответ:** 48

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение по аналогии с заданием № 6.1*

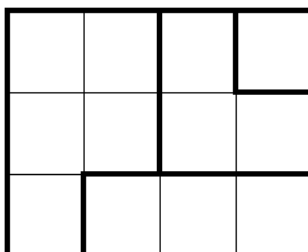


### Задание № 7.1

---

**Условие:**

Прямоугольник  $3 \times 4$  можно разрезать по линиям клеток на четыре различные клетчатые фигуры (см. рисунок).



А какова наименьшая площадь клетчатого прямоугольника со сторонами, большими 1, и не являющегося квадратом, который можно разрезать по линиям клеток на 8 различных клетчатых фигур?

**Ответ:** 26

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение.*

Заметим, что минимальная суммарная площадь восьми различных клетчатых многоугольников равна  $1 + 2 + 2 \cdot 3 + 4 \cdot 4 = 25$ , т.к. существует только один многоугольник с площадью 1 ( $1 \cdot 1$ ), один — с площадью 2 ( $1 \cdot 2$ ), два — с площадью 3 ( $1 \cdot 3$  и трёхклеточный уголок) и ещё несколько — с площадью 4. Но площадь 25 имеют только квадрат  $5 \cdot 5$ , который по условию нас не устраивает, и прямоугольник  $1 \cdot 25$ , который нельзя составить, используя уголок из трёх клеток. Таким образом, площадь прямоугольника уже не менее 26. А прямоугольник площади 26 составить из 8 различных многоугольников уже можно, причём это будет прямоугольник  $2 \cdot 13$ , т.к.  $1 \cdot 26$  тоже нельзя разрезать нужным образом. Пример разрезания прямоугольника  $2 \cdot 13$ :

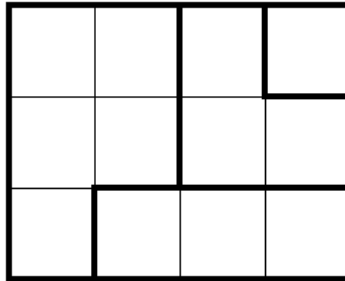
[illegible]

### Задание № 7.2

---

**Условие:**

Прямоугольник  $3 \times 4$  можно разрезать по линиям клеток на четыре различные клетчатые фигуры (см. рисунок).



А какова наименьшая площадь клетчатого прямоугольника со сторонами, большими 1, который можно разрезать по линиям клеток на 7 различных клетчатых фигур?

**Ответ:** 21

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

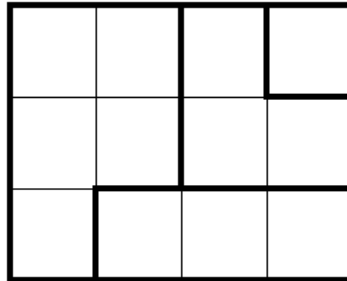
*Решение по аналогии с заданием № 7.1*

### Задание № 7.3

---

**Условие:**

Прямоугольник  $3 \times 4$  можно разрезать по линиям клеток на четыре различные клетчатые фигуры (см. рисунок).



А какова наименьшая площадь клетчатого прямоугольника со сторонами, большими 1, который можно разрезать по линиям клеток на 9 различных клетчатых фигур?

**Ответ:** 30

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

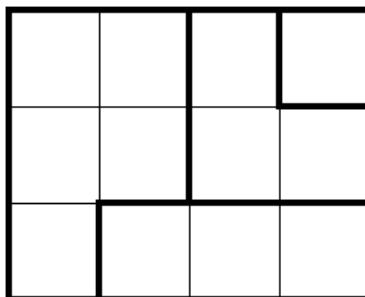
*Решение по аналогии с заданием № 7.1*

### Задание № 7.4

---

**Условие:**

Прямоугольник  $3 \times 4$  можно разрезать по линиям клеток на четыре различные клетчатые фигуры (см. рисунок).



А какова наименьшая площадь клетчатого квадрата, который можно разрезать по линиям клеток на 8 различных клетчатых фигур?

**Ответ:** 25

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение по аналогии с заданием № 7.1*

### Задание № 8.1

---

**Условие:**

В классе учатся 30 детей. В течение недели учительница поставила им в журнал несколько оценок по математике. В воскресенье оказалось, что у любых десяти детей вместе присутствуют все пять видов оценок (от 1 до 5). Какое наименьшее количество оценок могло быть выставлено в течение этой недели?

**Ответ:** 105

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение.*

Чтобы в каждой группе из 10 учеников оказался школьник, получивший единицу, единицу должен получить по крайней мере 21 ученик. То же касается и остальных оценок. Поэтому каждая из пяти оценок выставлялась не меньше 21 раза, и всего их было поставлено не меньше 105. Пример на 105: каждая оценка выставлена 21 произвольному школьнику.

## Задание № 8.2

---

### Условие:

В классе учатся 25 детей. В течение недели учительница поставила им в журнал несколько оценок по математике. В воскресенье оказалось, что у любых одиннадцати детей вместе присутствуют все четыре вида оценок (от 2 до 5). Какое наименьшее количество оценок могло быть выставлено в течение этой недели?

**Ответ:** 60

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение по аналогии с заданием № 8.1*

### Задание № 8.3

---

**Условие:**

В классе учатся 27 детей. В течение недели учительница поставила им в журнал несколько оценок по математике. В воскресенье оказалось, что у любых девяти детей вместе присутствуют все четыре вида оценки (от 2 до 5). Какое наименьшее количество оценок могло быть выставлено в течение этой недели?

**Ответ:** 76

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение по аналогии с заданием № 8.1*



#### Задание № 8.4

---

**Условие:**

В классе учатся 23 ребёнка. В течение недели учительница поставила им в журнал несколько оценок по математике. В воскресенье оказалось, что у любых восьми детей вместе присутствуют все пять видов оценок (от 1 до 5). Какое наименьшее количество оценок могло быть выставлено в течение этой недели?

**Ответ:** 80

**Точное совпадение ответа — 1 балл**

*Решение по аналогии с заданием № 8.1*